

**SUMBER BELAJAR PENUNJANG PLPG 2016
MATA PELAJARAN/PAKET KEAHLIAN
GURU KELAS SD**

**BAB II
ALJABAR**



**Dra.Hj.Rosdiah Salam, M.Pd.
Dra. Nurfaizah, M.Hum.
Drs. Latri S, S.Pd., M.Pd.
Prof.Dr.H. Pattabundu, M.Ed.
Widya Karmila Sari Achmad, S.Pd., M.Pd.**

**KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA
KEPENDIDIKAN
2016**

BAB II

ALJABAR

A. Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

1. Memerinci konsep bilangan bulat dalam pemecahan masalah (termasuk prima, FPB, KPK) Menerapkan konsep relasi dan fungsi linear dalam pemecahan masalah.
2. Melatih konsep sistem persamaan linear dalam pemecahan masalah.
3. Membedakan konsep sistem persamaan linear dalam pemecahan masalah
4. Menggunakan konsep persamaan/pertidak-samaan kuadrat dalam pemecahan masalah
5. Menggunakan pengetahuan konseptual, prosedural, dan keterkaitan keduanya dalam konteks materi Aljabar

B. Uraian Materi

1. Relasi

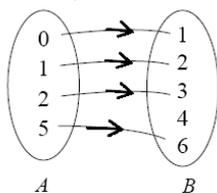
Relasi adalah suatu aturan yang memasangkan anggota-anggota dari himpunan satu ke anggota-anggota himpunan yang lain. Cara menyatakan relasi dapat dinyatakan dengan 3 cara yaitu diagram panah, himpunan pasangan berurutan, dan diagram Cartesius.

Contoh 1: Jika diketahui himpunan $A = \{0, 1, 2, 5\}$; $B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$. Nyatakanlah relasi “satu kurangnya dari” himpunan A ke himpunan B dengan 3 cara!

Penyelesaian:

relasi “satu kurangnya dari” himpunan A ke himpunan B dapat disajikan dalam diagram panah, diagram kartesius, himpunan pasangan berurutan.

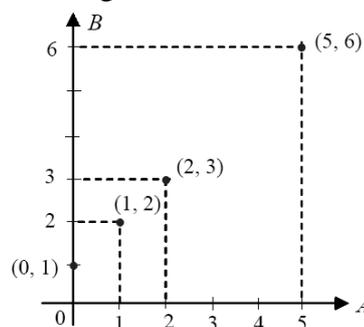
a. Diagram Panah



b. Himpunan pasangan berurutan

$$R = \{(0,1), (1,2), (2,3), (5,6)\}$$

b. Diagram Cartesius



2. Fungsi

Fungsi adalah relasi khusus yang memasangkan setiap anggota (dari daerah asal) dengan tepat satu anggota (dari daerah kawan). Jika f adalah suatu fungsi dari A ke B , maka:

- Himpunan A disebut domain (daerah asal)
- Himpunan B disebut kodomain (daerah kawan) dan himpunan anggota B yang pasangan (himpunan C) disebut range (hasil) fungsi f

Aturan yang memasangkan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B disebut aturan fungsi f .

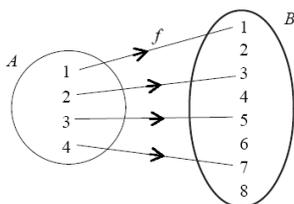
Misal diketahui fungsi-fungsi

$f : A \rightarrow B$ ditentukan dengan notasi $f(x)$

$g : C \rightarrow D$ ditentukan dengan notasi $g(x)$

Contoh 5: Diketahui $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Suatu fungsi $f : A \rightarrow B$ ditentukan oleh $f(x) = 2x - 1$. Gambarlah fungsi f dengan diagram panah. Tentukan range fungsi f .

Penyelesaian: Diagram panah fungsi f



Dari diagram panah terlihat bahwa

$$f(x) = 2x - 1 \rightarrow \begin{aligned} f(1) &= 2 \cdot 1 - 1 = 1 \\ f(2) &= 2 \cdot 2 - 1 = 3 \end{aligned}$$

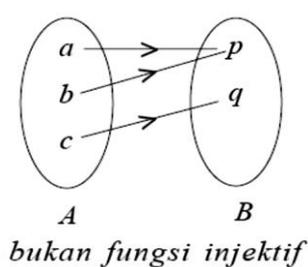
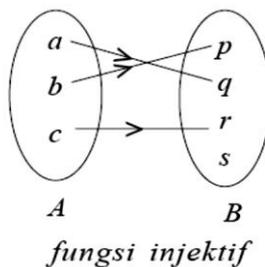
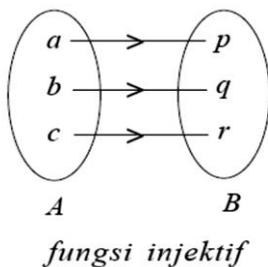
$$\begin{aligned} f(3) &= 2 \cdot 3 - 1 = 5 \\ f(4) &= 2 \cdot 4 - 1 = 7 \end{aligned}$$

Jadi, range fungsi f adalah $\{1, 3, 5, 7\}$

Sifat-sifat fungsi

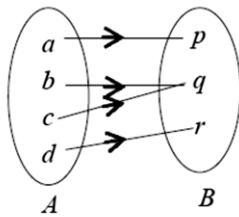
1. Fungsi injektif (satu-satu)

Jika fungsi $f : A \rightarrow B$, setiap $b \in B$ hanya mempunyai satu kawan saja di A , maka fungsi itu disebut fungsi satu-satu atau injektif

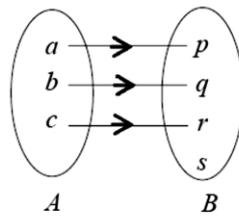


2. Fungsi surjektif (onto)

Pada fungsi $f : A \rightarrow B$, setiap $b \in B$ mempunyai kawan di A maka f disebut fungsi surjektif atau onto



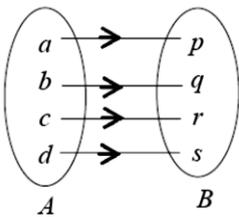
fungsi surjektif



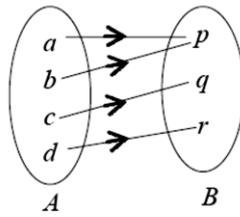
bukan fungsi surjektif

3. Fungsi bijektif (korepondensi satu-satu)

Suatu fungsi yang bersifat injektif sekaligus surjektif disebut fungsi bijektif atau korepondensi satu-satu



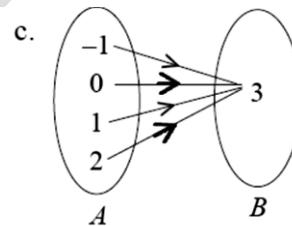
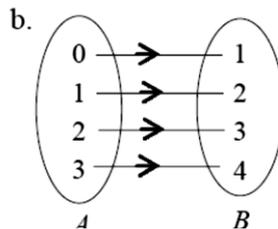
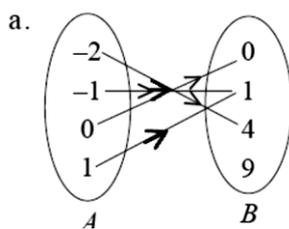
fungsi bijektif



bukan fungsi bijektif

Contoh 6:

Dari himpunan A dan B berikut, manakah yang merupakan fungsi? Sebutkan pula domain, kodomain, dan rumusnya (aturan fungsi)?



Jawaban ditinggalkan sebagai latihan!

3. Fungsi Linier

Suatu fungsi $f(x)$ disebut fungsi linier apabila fungsi itu ditentukan oleh $f(x) = ax + b$, dimana $a \neq 0$, a dan b bilangan konstan dan grafiknya berupa garis lurus.

Contoh 7:

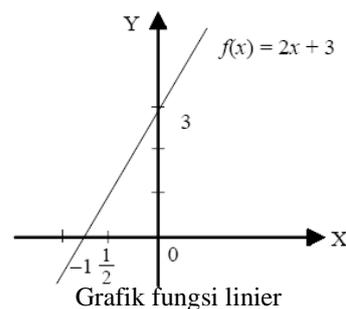
Jika diketahui $f(x) = 2x + 3$, gambarlah grafiknya

Penyelesaian:

Untuk $x = 0 \rightarrow f(x) = y = 3$

Untuk $y = f(x) = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

Contoh 8:



Suatu fungsi dinyatakan dengan $f(x) = ax + b$. jika nilai dari $f(4) = 11$ dan $f(6) = 15$, maka fungsi tersebut adalah ...

Penyelesaian:

$$f(x) = ax + b \quad f(4) = 4a + b = 11 \dots (1)$$

$$f(6) = 6a + b = 15 \dots (2)$$

dengan eliminasi substitusi diperoleh $a = 2$ dan $b = 3$ sehingga rumus fungsinya adalah $f(x) = 2x + 3$

4. Persamaan Linear

Persamaan adalah kalimat terbuka yang mengandung hubungan (relasi) sama dengan. Sedangkan persamaan linear adalah suatu persamaan yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah satu atau berderajat satu.

- **Persamaan linear satu variabel**

Bentuk umum :

$$ax + b = 0; \quad a, b \in R, \quad a \neq 0$$

a adalah koefisien dari variabel x dan b adalah konstanta

Contoh tentukan nilai x yang memenuhi $4x + 8 = 0$

- **Persamaan Linear Dua Variabel**

Bentuk umum:

$$ax + by = c; \quad a, b, c \in R, \quad a \neq 0, \quad b \neq 0$$

a adalah koefisien dari variable x dan b adalah koefisien dari variable y sedangkan c adalah konstanta.

Contoh Sebutkan masing-masing variabel dari persamaan linier dua variabel

$6x - 3y = 9$ merupakan persamaan linear dua variabel yaitu variabel x dan variabel y

- **Himpunan penyelesaian persamaan linear**

Menentukan himpunan penyelesaian persamaan linear berarti mencari harga yang memenuhi untuk pengganti variabel pada persamaan linear yang bersangkutan.

Contoh 10. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan linear $\frac{2x-1}{5} = \frac{x+1}{2}$

Penyelesaian:

$$\frac{2x-1}{5} = \frac{x+1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2(2x - 1) = 5(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2 = 5x + 5$$

$$\Leftrightarrow 4x - 5x = 2 + 5$$

$$\Leftrightarrow -x = 7$$

$$\Leftrightarrow x = -7$$

$$HP = \{-7\}$$

5. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Bentuk Umum

$$\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$$

$$a, b, c, p, q, r \in \mathbb{R}$$

a, p = koefisien dari x

b, q = koefisien dari y

c, r = konstanta

x, y = variabel

Ada beberapa cara menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel, antara lain cara grafik, substitusi, eliminasi, atau gabungan (*eliminasi dan substitusi*). Berikut Contoh penyelesaian dengan menggunakan cara gabungan:

Contoh 11. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut:

$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + y = 10 \end{cases} \text{ dengan cara gabungan antara eliminasi dan substitusi!}$$

Penyelesaian:

Eliminir y

$$3x - y = 5$$

$$\underline{2x + y = 10} \quad +$$

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

$$x = 3 \text{ substitusi ke } 3x - y = 5$$

$$\Leftrightarrow 3(3) - y = 5$$

$$\Leftrightarrow 9 - y = 5$$

$$\Leftrightarrow -y = 5 - 9$$

$$\Leftrightarrow -y = -4$$

$$y = 4$$

$$\text{Jadi HP} = \{(3,4)\}$$

6. Persamaan Kuadrat

Persamaan kuadrat adalah persamaan berderajat dua dalam x yang dinyatakan dengan :

$$ax^2 + bx + c = 0; a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$$

a = koefisien dari x^2

b = koefisien dari x

c = konstanta

Penyelesaian Persamaan Kuadrat

Ada beberapa cara menyelesaikan persamaan kuadrat, antara lain :

a. Memfaktorkan

Contoh 12. Selesaikan $x^2 - 5x + 6 = 0!$

Penyelesaian:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \text{ atau } x - 2 = 0$$

$$x = 3 \text{ atau } x = 2$$

Jadi HP = {3, 2} Type equation here.

b. Melengkapkan Kuadrat Sempurna

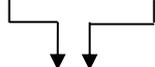
Contoh 13. Selesaikan $x^2 + 10x + 21 = 0!$

Penyelesaian:

$$x^2 + 10x + 21 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x = -21$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x + 25 = -21 + 25$$



$(\frac{1}{2} \text{ koefisien } x)^2$

$$\Leftrightarrow (x + 5)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x + 5 = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$$\Leftrightarrow x + 5 = 2 \text{ atau } x + 5 = -2$$

$$x = -3 \text{ atau } x = -7$$

Jadi HP = $\{-3, -7\}$

c. Dengan Rumus ABC

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Contoh 14. Selesaikan $x^2 + 6x - 16 = 0!$

Penyelesaian:

$$a = 1, b = 6, c = -16$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(1)(-16)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{2}$$

$$= \frac{-6 \pm 10}{2}$$

$$x_1 = \frac{-6 + 10}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ atau } x_2 = \frac{-6 - 10}{2} = \frac{-16}{2} = -8$$

Jadi HP = $\{2, -8\}$

7. Pertidaksamaan Linear

Pertidaksamaan linear adalah suatu pertidaksamaan yang variabelnya paling tinggi berderajat satu.

Bentuk umum :

$$ax + b (R) 0; a, b \in R, a \neq 0$$

a = koefisien dari x

x = variabel

b = konstanta

(R) = salah satu relasi pertidaksamaan ($<, >, \leq, \geq$)

misal $5x + 5 \geq 25$

Sifat-sifat Pertidaksamaan

a. Arah tanda pertidaksamaan tetap jika ruas kiri dan ruas kanan pertidaksamaan ditambah, dikurangi, dikalikan, atau dibagi dengan bilangan positif yang sama.

$$1) a > b \rightarrow a + c > b + c$$

$$2) a > b \rightarrow a - d > b - d$$

$$3) a > b \text{ dan } c > 0 \rightarrow ac > bc$$

$$4) a > b \text{ dan } d > 0 \rightarrow \frac{a}{d} > \frac{b}{d}$$

b. Arah tanda pertidaksamaan berubah jika ruas kiri dan ruas kanan dikalikan atau dibagi dengan bilangan negatif yang sama.

$$1) a > b \text{ dan } c < 0 \rightarrow ac < bc \quad 2) a > b \text{ dan } d < 0 \rightarrow \frac{a}{d} < \frac{b}{d}$$

Contoh 15. Selesaikan $6x + 2 < 4x + 10$!

Penyelesaian:

$$6x + 2 < 4x + 10$$

$$\Leftrightarrow 6x + 2 - 2 < 4x + 10 - 2$$

$$\Leftrightarrow 6x < 4x + 8$$

$$\Leftrightarrow 6x - 4x < 4x - 4x + 8$$

$$\Leftrightarrow 2x < 8$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2x < \frac{1}{2} \cdot 8$$

$$x < 4$$

Himpunan Penyelesaian Pertidaksamaan Linear

Contoh 16. Tentukan himpunan penyelesaian dari $6x + 4 \geq 4x + 20, x \in B$!

Penyelesaian:

$$6x + 4 \geq 4x + 20$$

$$\Leftrightarrow 6x + 4 - 4 \geq 4x + 20 - 4$$

$$\Leftrightarrow 6x \geq 4x + 16$$

$$\Leftrightarrow 6x - 4x \geq 4x - 4x + 16$$

$$\Leftrightarrow 2x \geq 16$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2x \geq \frac{1}{2} \cdot 16$$

$$x \geq 8$$



Jadi $HP = \{x / x \geq 8, x \in B\}$

8. Pertidaksamaan Kuadrat

Pertidaksamaan kuadrat adalah suatu pertidaksamaan yang mempunyai variabel paling tinggi berderajat dua dan koefisien variabel pangkat duanya tidak sama dengan nol.

Bentuk umum :

$$ax^2 + bx + c (R) 0; a, b, c \in R; a \neq 0$$

a = koefisien dari x^2

b = koefisien dari x

c = konstanta

(R) = salah satu relasi pertidakamaan ($<$, $>$, \leq , \geq)

* Contoh $x^2 + 5x + 6 \geq 0$

Himpunan Penyelesaian Pertidaksamaan Kuadrat

Langkah-langkah menentukan himpunan penyelesaian suatu pertidaksamaan kuadrat adalah sebagai berikut :

- (i) Ubah bentuk pertidaksamaan ke dalam bentuk umum.
- (ii) Tentukan pembuat nol ruas kiri.
- (iii) Letakkan pembuat nol pada garis bilangan.
- (iv) Substitusi sembarang bilangan pada pertidaksamaan kecuali pembuat nol. Jika benar, maka daerah yang memuat bilangan tersebut merupakan daerah penyelesaian.

Contoh 17. Tentukan himpunan penyelesaian dari $x^2 + 6x + 8 \geq 0$ untuk $x \in R$!

Penyelesaian:

(i) $x^2 + 6x + 8 \geq 0$

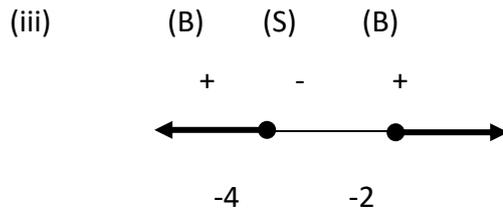
(ii) Pembuat nol

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 4)(x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 4 = 0 \text{ atau } x + 2 = 0$$

$$x = -4 \text{ atau } x = -2$$



(iv) Ambil $x = 0 \rightarrow x^2 + 6x + 8 \geq 0$

$$8 \geq 0 \text{ (B)}$$

Jadi HP = $\{ x \mid x \leq -4 \text{ atau } x \geq -2 \}$

9. Aplikasi Persamaan dan Pertidaksamaan Linier dalam

Beberapa masalah dalam kehidupan sehari - hari dapat diselesaikan dengan konsep persamaan maupun dengan pertidaksamaan linier. Langkah pertama yang dilakukan adalah menterjemahkan masalah tersebut kedalam kalimat matematika. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh - contoh berikut.

Contoh 18.

Upah seorang teknisi untuk memperbaiki suatu mesin bubut adalah Rp. 250.000,- ditambah biaya Rp. 75.000 tiap jamnya. Karena pekerjaanya kurang rapi, pembayarannya dipotong 10% dari upah total yang harus diterima. Jika teknisi tersebut mendapat upah sebesar Rp. 798.750,-. Berapa jam mesin bubut tersebut diperbaiki?

Penyelesaian :

Misalkan teknisi bekerja selama x jam, dan upah yang diterima hanya $(100 - 10)\% = 90\%$, maka diperoleh persamaan berikut:

$$(75.000x + 250.000) \times 90\% = 798.750$$

$$67.500x + 225.000 = 798.750$$

$$67.500x = 798.750 - 225.000$$

$$67.500x = 573.750$$

$$x = 573.750 / 67.500 = 8.5$$

Jadi, teknisi tersebut bekerja memperbaiki mesin selama 8,5 jam.