

**SUMBER BELAJAR PENUNJANG PLPG 2016
MATA PELAJARAN/PAKET KEAHLIAN
GURU KELAS SD**

**BAB I
BILANGAN**



**Dra.Hj.Rosdiah Salam, M.Pd.
Dra. Nurfaizah, M.Hum.
Drs. Latri S, S.Pd., M.Pd.
Prof.Dr.H. Pattabundu, M.Ed.
Widya Karmila Sari Achmad, S.Pd., M.Pd.**

**KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA
KEPENDIDIKAN
2016**

BAB I

BILANGAN

A. Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

1. Memerinci konsep bilangan bulat dalam pemecahan masalah (termasuk prima, FPB, KPK)
2. Menguji pengetahuan konseptual, prosedural, dan keterkaitan keduanya dalam konteks materi Aritmatika
3. Menentukan alat peraga dalam pembelajaran bilangan

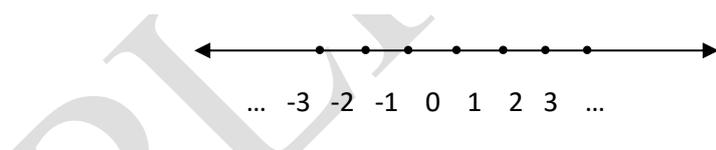
B. Uraian Materi

1. Pengertian Bilangan

Bilangan adalah suatu konsep atau ide yang ada dalam pikiran (abstrak) yang memberikan gambaran tentang banyaknya suatu benda. Untuk menggambarkan bilangan itu dalam dunia nyata digunakan angka-angka. Dengan demikian, angka diberi batasan agar hanya ada sepuluh angka dasar (hindu-arab) yang berbeda 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

2. Bilangan Bulat

Bilangan bulat adalah bilangan yang utuh dalam arti bukan berupa pecahan. Bilangan bulat terdiri dari bilangan nol, positif dan negatif. Dalam bentuk himpunan, himpunan bilangan bulat yang dimaksud adalah $I = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$. Apabila digambarkan dengan garis bilangan bentuknya akan seperti berikut:



Operasi pada Bilangan Bulat

a. Operasi Penjumlahan

Sifat-sifat penjumlahan penjumlahan:

- 1) Tertutup, yaitu untuk setiap $a, b \in I$ berlaku $a + b \in I$
- 2) Komutatif (pertukaran), yaitu untuk setiap $a, b \in I$ berlaku $a + b = b + a$.
- 3) Asosiatif (pengelompokan), yaitu untuk setiap $a, b, c \in I$ berlaku $(a + b) + c = a + (b + c)$.
- 4) Mempunyai elemen identitas 0 yaitu untuk setiap $a \in I$ berlaku

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

- 5) Setiap bilangan bulat mempunyai invers aditif. Invers dari bilangan bulat a adalah $-a$ dan berlaku $a + (-a) = (-a) + a = 0$

b. Operasi Pengurangan

Diketahui a, b dan k bilangan-bilangan bulat. Bilangan a dikurangi b , ditulis $a - b$ adalah bilangan bulat k jika dan hanya jika $a = b + k$. Sifat-sifat yang berkaitan:

- 1) Bilangan bulat tertutup terhadap pengurangan, yaitu jika a dan b bilangan-bilangan bulat maka $a - b$ juga bilangan bulat.
- 2) Jika a dan b bilangan-bilangan bulat maka $a - b = a + (-b)$
- 3) Jika a dan b bilangan-bilangan bulat maka $a - (-b) = a + b$.
- 4) Jika a bilangan bulat maka $-(-a) = a$.

c. Operasi Perkalian

Sifat-sifat operasi perkalian pada bilangan bulat

- 1) Tertutup, yaitu untuk setiap $a, b \in I$ berlaku $a \times b \in I$
- 2) Komutatif (pertukaran), yaitu untuk setiap $a, b \in I$ berlaku $a \times b = b \times a$
- 3) Asosiatif (pengelompokan), yaitu untuk setiap $a, b, c \in I$, berlaku: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- 4) Mempunyai elemen identitas 1, yaitu untuk setiap bilangan bulat a berlaku $a \times 1 = 1 \times a = a$.
- 5) Sifat bilangan nol yaitu $a \times 0 = 0 \times a = 0$, untuk setiap bilangan bulat a .
- 6) Sifat distributif (penyebaran)
 - a) $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$, dan disebut distributif kiri perkalian terhadap penjumlahan.

b) $(b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$ dan disebut distributif kanan perkalian terhadap penjumlahan

d. Operasi Pembagian

Diketahui a, b dan k bilangan-bilangan bulat dengan $b \neq 0$. Pembagian a oleh b , ditulis $a : b$, adalah bilangan bulat k (jika ada) sehingga berlaku: $a : b = k \leftrightarrow a = b \times k$. Pembagian pada bilangan bulat tidak tertutup, sebab 7 dan 3 masing-masing bilangan bulat, tetapi hasil dari $7 : 3$ bukan bilangan bulat.

Operasi perkalian dan pembagian pada bilangan bulat memiliki pola yang unik dan tetap, sehingga dapat lebih memudahkan pengerjaannya. Perhatikan tabel berikut 1.1 berikut:

Tabel 1.1 Hasil Operasi Perkalian dan Pembagian pada bilangan bulat positif atau negatif

Bilangan pertama	Bilangan Kedua	Hasil Perkalian atau Pembagian
positif	positif	positif
positif	negatif	negatif
negatif	positif	negatif
negatif	negatif	positif

Contoh 1. $3 \times (-6) = \dots$

Penyelesaian:

Bilangan positif dikali Bilangan negatif maka hasilnya Bilangan negatif
 Sebelumnya diketahui bahwa $3 \times 6 = 18$, maka $3 \times (-6) = -18$

Urutan Hitung Operasi

Operasi hitung campuran adalah operasi hitung yang melibatkan lebih dari satu macam operasi dalam suatu perhitungan. Berikut adalah beberapa kesepakatan pada operasi perhitungan campuran:

- a. Operasi dalam tanda kurung “()” dikerjakan terlebih dahulu.
- b. Perkalian dan Pembagian **lebih kuat** daripada penjumlahan dan pengurangan.
- c. Perkalian dan pembagian **sama kuat**. Apabila perkalian dan pembagian muncul secara bersama-sama, maka urutan operasinya dari sebelah kiri, yaitu yang muncul di sebelah kiri harus dioperasikan terlebih dahulu.

- d. Penjumlahan dan Pengurangan **sama kuat**. Apabila penjumlahan dan pengurangan muncul secara bersama-sama, maka urutan operasinya dari sebelah kiri, yaitu yang muncul di sebelah kiri harus dioperasikan terlebih dahulu.

Pembelajaran Bilangan Bulat

a. Pembelajaran Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat

1) Peragaan Gerakan Model

Penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat dapat dilakukan peragaan gerakan suatu model, yaitu dengan **gerakan maju atau naik (untuk Penjumlahan)** dan **gerakan mundur atau turun (untuk pengurangan)** dengan ketentuan sebagai berikut.

(a) Arah menghadap model.

- Positif : Model menghadap ke kanan
- Negatif : Model menghadap ke kiri

(b) Titik permulaan selalu dimulai dari titik yang mewakili bilangan 0.

Contoh 2. Hitunglah jumlah dari $7 + (-5) - (-4)$

Penyelesaian:

Tetapkan posisi awal model sebagai titik nol, lalu hadapkan model ke kanan (dilihat dari posisi siswa). Kemudian gerakkan/langkahkan model ke kanan sebanyak 7 langkah. Setelah itu, balikkan arah model (hadapkan ke kiri) kemudian gerakkan/langkahkan model maju sebanyak 5 langkah. Siswa diminta untuk memperhatikan posisi terakhir model berada, yaitu di titik 2. Jadi $7 + (-5) = 2$. selanjutnya hasil penjumlahan akan dikurangi dengan -4 . Pada posisi 2, balikkan arah model (hadapkan ke kiri) kemudian gerakkan/langkahkan model mundur sebanyak 4 langkah. Siswa diminta untuk memperhatikan posisi terakhir model berada, yaitu di titik 6. Jadi $7 + (-5) - (-4) = 6$

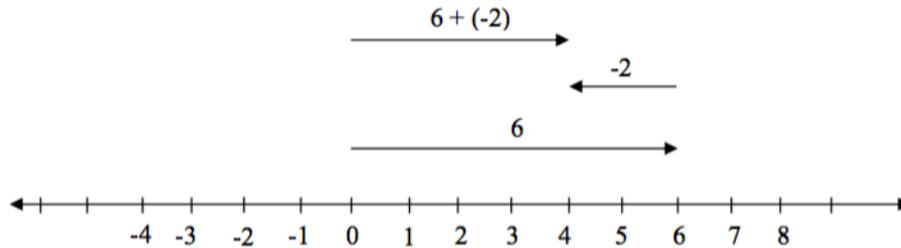
2) Penggunaan Garis Bilangan

Penjumlahan dan pengurangan pada garis bilangan dapat dikatkaan sebagai suatu gerakan atau perpindahan sepanjang suatu garis bilangan. Suatu bilangan bulat positif menggambarkan gerakan ke arah kanan, sedangkan bilangan bulat negatif menggambarkan gerakan ke arah kiri. Titik permulaan selalu dimulai dari titik yang mewakili bilangan 0.

Contoh 4. Hitunglah jumlah dari $6 + (-2)$ dengan menggunakan garis bilangan!

Penyelesaian:

$6 + (-2)$ berarti suatu gerakan yang di mulai dari 0, bergerak 6 satuan ke kanan dan dilanjutkan dengan bergerak 2 satuan lagi ke kiri. Gerakan ini berakhir di titik yang mewakili bilangan 4. Gerakan tersebut apabila dibuat diagramnya sebagai berikut.

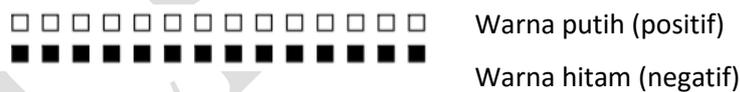


Jadi $6 + (-2) = 4$

Selanjutnya pengurangan pada bilangan bulat melalui garis bilangan menjadi bahan diskusi lebih lanjut!

3) Penggunaan Muatan

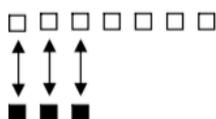
Penjumlahan dengan menggunakan muatan dapat divisualisasikan dengan potongan karton yang berwarna, misal warna hitam dan yang lain warna putih atau warna lain yang sesuai dengan selera masing-masing. Penggunaan warna perlu disepakati pula, misal karton berwarna hitam dianggap mewakili bilangan bulat negatif, sedang karton yang berwarna putih dianggap mewakili bilangan bulat positif, sebagai ilustrasi dinyatakan sebagai berikut.



Contoh 3. Hitunglah $7 + (-3)$!

Penyelesaian :

Ambillah 7 karton putih dan kemudian ambil lagi 3 karton hitam. Pasang- pasangkan masing-masing karton hitam dengan satu karton putih sehingga kira-kira seperti keadaan berikut.



Selanjutnya, amati dan hitung banyaknya karton yang tidak mempunyai pasangan. Ternyata ada 4 karton putih yang tidak mempunyai pasangan. Karena karton putih menyatakan bilangan positif, diperoleh $7 + (-3) = 4$.

Contoh 4. Selesaikan $(-2) + (-4)$!

Penyelesaian : Ambil 2 karton hitam, kemudian ambil lagi 4 karton hitam. Kumpulkan karton-karton tersebut pada satu wadah dan hitung banyaknya seluruh karton hitam yang ada dalam wadah tersebut. Ternyata ada 6 karton hitam. Karena karton hitam menyatakan bilangan negatif, maka diperoleh $(-2) + (-4) = -6$.

Selanjutnya pengurangan pada bilangan bulat melalui penggunaan muatan menjadi bahan diskusi lebih lanjut!

b. Pembelajaran Perkalian dan Pembagian pada Bilangan Bulat

- Perkalian pada Bilangan Bulat

Untuk menanamkan konsep perkalian pada bilangan bulat, yang melibatkan bilangan bulat negatif agar sukar dilakukan dengan menggunakan alat peraga. Pada batas-batas tertentu, hal tersebut dapat diperagakan dengan menggunakan garis bilangan, khususnya untuk perkalian yang pengalinya merupakan bilangan bulat positif. Cara lain untuk menanamkan konsep perkalian pada bilangan bulat adalah dengan menggunakan pola bilangan. Berikut cara penanaman konsep pada perkalian dengan menggunakan pola bilangan

$$1) a \times (-b)$$

contoh 5. Hitunglah $5 \times (-3)$!

Penyelesaian:

Perhatikan $4 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -8$ (ingat konsep perkalian)

$$2) -a \times b$$

Untuk menjelaskan perkalian jenis ini, sebaiknya menggunakan pola bilangan, dan yang perlu diperhatikan adalah para siswa perlu diingatkan kembali tentang perkalian pada bilangan cacah.

Contoh 6. Carilah $(-3) \times 4$.

Penyelesaian:

tetap	$2 \times 4 = 8$	}	-4
	$1 \times 4 = 4$	}	-4
	$0 \times 4 = 0$	}	-4
	$(-1) \times 4 = ?$	}	-4
	$(-2) \times 4 = ?$	}	-4
	$(-3) \times 4 = ?$	}	-4

Perhatikan pola bilangan berikut:

Amati bahwa faktor kedua (terkali) dalam perkalian ini adalah 4, sedangkan faktor pertama (pengali) berkurang satu demi satu.

Ternyata hal ini diikuti berkurangnya hasil perkalian empat demi empat. Berdasarkan pola ini diperoleh $(-3) \times 4 = 12$.

3) $-a \times (-b)$

Untuk menanamkan konsep perkalian pada bagian ini, dipersyaratkan siswa harus sudah menguasai perkalian bilangan bulat $a \times (-b)$ dan $-a \times b$. Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut.

Contoh 7. Hitunglah $-3 \times (-4)$.

Penyelesaian:

Perhatikan pola bilangan berikut :

$3 \times (-4) = -12$	}	+4	atau	$(-3) \times 3 = -9$	}	+3
$2 \times (-4) = -8$	}	+4		$(-3) \times 2 = -6$	}	+3
$1 \times (-4) = -4$	}	+4		$(-3) \times 1 = -3$	}	+3
$0 \times (-4) = 0$	}	+4		$(-3) \times 0 = 0$	}	+3
$(-1) \times (-4) = ?$	}	+4		$(-3) \times (-1) = ?$	}	+3
$(-2) \times (-4) = ?$	}	+4		$(-3) \times (-2) = ?$	}	+3
$(-3) \times (-4) = ?$	}	+4		$(-3) \times (-3) = ?$	}	+3
				$(-3) \times (-4) = ?$	}	+3

Amati bahwa pada pola bilangan sebelah kiri, terkali tetap (-4) sedangkan pengali berkurang satu satu demi satu. Ternyata hasil kalinya bertambah empat demi empat. Pada pola bilangan sebelah kanan, pengali tetap (-3) sedangkan terkali berkurang satu demi satu. Ternyata hasil kalinya bertambah tiga demi tiga. Kedua pola bilangan tersebut memberikan hasil yang sama yaitu $(-3) \times (-4) = 12$.

- Pembagian pada Bilangan Bulat

Penanaman konsep pembagian pada bilangan bulat sukar ditunjukkan dengan menggunakan alat peraga. Salah satu caranya dapat dilakukan dengan menggunakan konsep perkalian bilangan bulat dan didefinisi pembagian bilangan bulat.

Contoh 8. Hitunglah $10 : (-2)$!

Penyelesaian: Karena $10 : (-2) =$ ekuivalen dengan $10 = \dots \times (-2)$ maka untuk mencari hasil dari $10 : (-2)$ dapat dilakukan dengan mencari bilangan bulat yang apabila dikalikan dengan (-2) hasilnya 10. Ternyata $(-5) \times (-2) = 10$. Jadi $10 : (-2) = -5$

Bahan diskusi: Bagaimana cara mengajarkan $1 : 0$ dan $0 : 0$ pada siswa?

3. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)

Pembelajaran FPB dan KPK memuat istilah faktor, kelipatan, dan persekutuan yang perlu memperkenalkan istilah-istilah tersebut kepada siswa. Faktor suatu bilangan adalah pembagi habis bilangan tersebut. Kelipatan suatu bilangan adalah bilangan-bilangan yang merupakan hasil perkalian dari bilangan tersebut dengan himpunan bilangan asli. Selain itu, bilangan prima erat hubungannya dengan FPB dan KPK. Bilangan prima merupakan bilangan Asli yang lebih besar dari 1 dan tepat mempunyai dua faktor, yaitu bilangan 1 dan dirinya sendiri. Setiap bilangan dapat dituliskan sebagai perkalian bilangan-bilangan prima. Penyajian perkalian bilangan-bilangan prima ini disebut sebagai faktorisasi prima. faktorisasi prima memudahkan dalam perhitungan FPB dan KPK. Contoh penerapan FPB dalam masalah Matematika misalnya pada pembagian rata yang dapat dilakukan secara maksimal pada sejumlah orang. Sedangkan pada KPK, beberapa penerapannya terdapat pada perhitungan jarak, waktu, dan kecepatan.

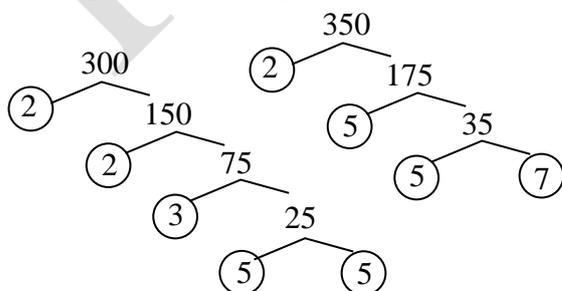
Cara Menentukan FPB dan KPK

Contoh 9. Tentukan KPK dan FPB dari bilangan-bilangan 300 dan 350!

Penyelesaian:

Penentuan KPK dan FPB dapat dikerjakan melalui beberapa cara yaitu: (1) Faktorisasi Prima dan (2) Tabel

a. Dengan faktorisasi prima



$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

$$350 = 2^1 \times 5^2 \times 7$$

$$\text{KPK} = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

$$350 = 2^1 \times 5^2 \times 7$$

$$\text{FPB} = 2^1 \times 5^2$$

KPK (300, 350) = hasil kali faktor prima gabungan pangkat yang terbesar.

$$= 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 = 4 \times 3 \times 25 \times 7 = (4 \times 25) \times (3 \times 7) = 2100.$$

FPB (300, 350) = hasil kali faktor prima sekutu pangkat yang terkecil.

$$= 2^1 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50.$$

b. Metode Tabel

1. Bagilah semua bilangan itu dengan faktor/faktor prima persekutuannya
2. Setelah semua bilangan menjadi prima relatif satu sama lain (nilai FPB-nya = 1), bagilah hasil-hasilnya dengan faktor-faktor prima yang mungkin (untuk bilangan yang terbagi tentukan hasil baginya, sedang yang tak terbagi tetaplah ditulis apa adanya), hingga hasil bagi terakhirnya = 1.

Contoh 10. Tentukan KPK dan FPB dari bilangan-bilangan 300, 350, dan 400.

Penyelesaian:

		300	350	400
FPB	{	10	30	35
		5	6	7
KPK	{	2	3	7
		2	3	7
		2	3	7
		3	1	7
		7	1	1
		4	2	1

Dari gambaran itu dapat disimpulkan bahwa:

$$FPB (300, 350, 400) = 10 \times 5 = 50$$

$$KPK (300, 350, 400) = 10 \times 5 \times 2^3 \times 3 \times 7 = 8.400$$

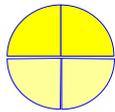
4. Pecahan

Pengertian Pecahan

Pada prinsipnya, pecahan digunakan untuk menyatakan beberapa bagian dari sejumlah bagian yang sama. Jumlah seluruh bagian yang sama ini bersama-sama membentuk satuan (unit). Dengan demikian pecahan adalah bagian-bagian yang sama dari keseluruhan.

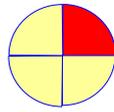
Di sini perlu diberikan penekanan pada konsep keseluruhan sebagai satuan konsep sama pada bagian.

Pecahan dapat diajarkan sebagai perbandingan bagian yang sama dari suatu benda terhadap keseluruhan benda itu.



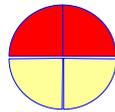
1

Satu satuan



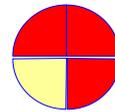
$\frac{1}{4}$

Seperempat



$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Dua perempat bagian



$\frac{3}{4}$

Tiga perempat bagian

Secara definitif, pecahan adalah suatu bilangan yang dapat ditulis melalui pasangan terurut dari bilangan bulat a dan b , dan dilambangkan dengan $\frac{a}{b}$, dengan $b \neq 0$. Pada pecahan $\frac{a}{b}$, a disebut pembilang dan b disebut penyebut.

Jenis-jenis Pecahan

a. Pecahan Biasa

Pecahan biasa adalah pecahan dengan pembilangnya lebih kecil dari penyebutnya.

$\frac{a}{b}$ dimana $a < b$

b. Pecahan Campuran

Pecahan campuran adalah pecahan dengan pembilangnya lebih besar dari penyebutnya.

$\frac{a}{b}$ dimana $a > b$

misal: $\frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$

c. Pecahan Desimal

Pecahan desimal adalah pecahan yang dalam penulisannya menggunakan tanda koma. misal: 0,5 ; 8,75 dll.

d. Pecahan Persen

Pecahan persen adalah pecahan yang menggunakan lambang % yang berarti perseratus.

$a\%$ berarti $\frac{a}{100}$

e. Pecahan Senilai

Pecahan senilai adalah pecahan-pecahan yang penulisannya berbeda tetapi mewakili bagian atau daerah yang sama. Sehingga pecahan-pecahan senilai mempunyai nilai

yang sama. Jika suatu pecahan yang di peroleh dari pecahan yang lain dengan cara mengalikan pembilang dan penyebut dengan bilangan asli yang sama, maka diperoleh pecahan yang senilai. Dengan demikian untuk a, b, n bilangan-bilangan bulat maka pecahan $\frac{a}{b}$ dan pecahan $\frac{a \times n}{b \times n}$ senilai.

Operasi Hitung Bilangan Pecahan

a. Penjumlahan pada Bilangan Pecahan

(1) Penjumlahan pada pecahan biasa dengan penyebut yang sama

Contoh 11: Tentukan Hasil dari $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$

Penyelesaian:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

(2) Penjumlahan pada pecahan biasa dengan penyebut yang tidak sama

Contoh 12: Tentukan Hasil dari $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

Penyelesaian:

Untuk pecahan yang berpenyebut tidak sama, langkah pertama yakni menyamakan penyebutnya dengan mencari KPK dari penyebut pecahan tersebut.

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{4} = \frac{4}{12} + \frac{6}{12} = \frac{10}{12} = \frac{10 : 2}{12 : 2} = \frac{5}{6}$$

b. Pengurangan pada Bilangan Pecahan

(1) Pengurangan pada pecahan biasa dengan penyebut yang sama

Contoh 13. Hitunglah $\frac{2}{4} - \frac{1}{4}$

Penyelesaian:

$$\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

(2) Pengurangan pada pecahan biasa dengan penyebut yang tidak sama

Contoh 14. Berapakah hasil dari $\frac{2}{4} - \frac{1}{5}$

Apabila penyebutnya tidak sama cari KPK dari penyebutnya itu. KPK dari 4 dan 5 adalah 20.

$$\frac{2}{4} - \frac{1}{5} = \frac{10}{20} - \frac{4}{20} = \frac{6}{20} = \frac{6}{20} : \frac{2}{2} = \frac{3}{10}$$

c. Perkalian Bilangan Pecahan

Untuk perkalian pada bilangan pecahan, kalikanlah pembilang dengan pembilang serta penyebut dengan penyebut.

Contoh 15. Tentukan hasil dari $\frac{4}{5} \times \frac{8}{6}$

Penyelesaian:

$$\frac{4}{5} \times \frac{8}{6} = \frac{32}{30} = 1 \frac{2}{30} = 1 \frac{1}{15}$$

$$\text{Jadi, } \frac{4}{5} \times \frac{8}{6} = 1 \frac{1}{15}$$

d. Pembagian Pecahan

Pembagian pecahan berlaku cara $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$.

Contoh 16. Hitunglah $\frac{1}{3} : \frac{2}{5}$

Penyelesaian:

Dengan menerapkan cara di atas, maka diperoleh:

$$\frac{1}{3} : \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$$